وبعد التحويل نحصل على :

$$\tan\gamma = \frac{\Delta l_1 \sin\psi}{\Delta l_2 + \Delta l_1 \cos\psi}$$

ونعوض بالقيم المعطاة فنحصل على :

$$\tan\gamma = \frac{0.092 \sin 105^\circ}{0.112 + 0.092 \cos 105^\circ} = \frac{0.092 \cdot 0.966}{0.112 - 0.092 \cdot 0.259} = 1.008$$

$$\gamma = 45^\circ 16', \quad \sin\gamma = 0.71$$

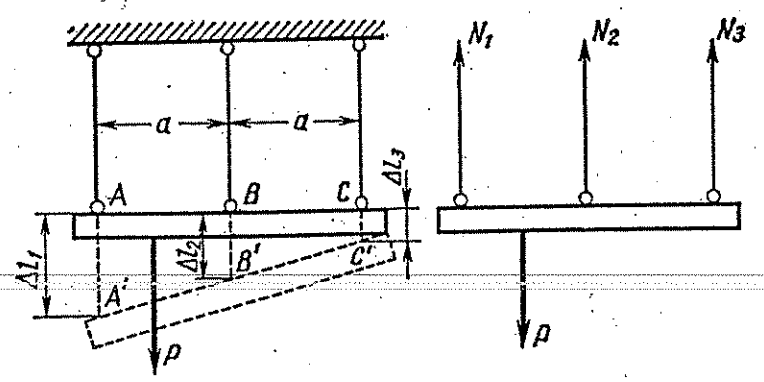
ومن المعادلة (I) او (II) نحصل على :

$$\delta = \frac{\Delta l_1}{\sin\gamma} = \frac{\Delta l_2}{\sin(105 - \gamma)} = \frac{0.092}{0.71} = \frac{0.112}{0.864} = 0.129 \text{ cm.}$$

١٤ – المسائل غير المحددة استاتيكيا فى حالة الشد والانضغاط

فى كثير من المجموعات التى تشكلها القضبان المنفردة، لا يمكن تحديد القوى التى فى القضبان بواسطة معادلة التوازن وحدها فقط. ان هذه المجموعات تسمى مجموعات غير محددة استاتيكيا.

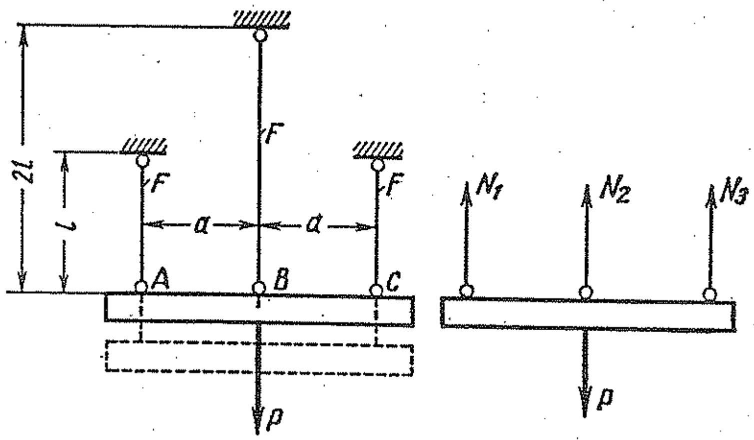
وكمثال على ذلك، فاننا سنبحث المجموعة المبينة فى الشكل ٢ – ٢٦ فباستعمال طريقة القطع ، نحصل على ثلاث قوى مجهولة وهى N_1 ، N_2 ، N_3 ولكن يمكننا وضع معادلتين فقط للتوازن: مجموع مساقط جميع القوى على المحور الرأسى التى تؤثر على القسم المقطوع ، يجب ان تساوى صفرا، ومجموع



الشكل ٢ – ٢٦

عزوم هذه القوى حول اية نقطة، يجب ان يساوى كذلك صفرا. ومن هاتين المعادلتين لا يمكن تحديد ثلاث قوى مجهولة. اذن يجب وضع معادلة اضافية توضح حالة تشوه اجزاء المجموعة المشتركة. ولوضع معادلة التشوهات المشتركة، يجب تصور المجموعة فى حالة تشوه وتثبيت العلاقة مباشرة من الرسم (هندسيا) بين تشوهات القضبان (الاقسام) المختلفة. وفى هذه الحالة فان العارضة AC، والتى نعتبرها مطلقة الصلابة، بعد تسليط الحمل عليها، تأخذ الوضع $A'C'$، المبين بمستقيم منقط.

ويستنتج من الرسم ان $BB' = \Delta l_2 = \frac{\Delta l_1 + \Delta l_3}{2}$ (مثل الخط المتوسط لشبه المنحرف). ونعبر الآن عن الاستطالة بالقوة وبصلابة القضيب (انظر الصيغة ٢ــ ٤)، فنحصل على المعادلة الثالثة، وبعدها نحدد N_1، N_2، N_3.



الشكل ٢ ــ ٢٧

مثال ٢ ــ ٥. يراد تحديد الحمل المسموح به لمجموعة القضبان الفولاذية المبينة فى الشكل ٢ ــ ٢٧. نعتبر العارضة AC مطلقة الصلابة، والاجهاد المسموح به هو [σ].

الحل. لتحديد القوى فى القضبان، نستخدم طريقة المقاطع، ونضع معادلات التوازن للعارضة التى تؤثر عليها مجموعة القوى المتوازية.

$$1)\ \Sigma Y = 0, \quad N_1 + N_2 + N_3 - P = 0,$$
$$2)\ \Sigma M_B = 0, \quad N_1 = N_3 .$$

ولوضع معادلة التشوه، فاننا نفرض ان المجموعة فى حالة تشوه.

وبما ان المجموعة متناسقة، فان العارضة AC تنزل الى اسفل وتكون موازية للوضع الاولى، اذن تكون استطالة كل القضبان متساوية.

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 = \Delta l_3 .$$

هذه هى معادلة التشوه. وبواسطة قانون هوك نحصل على:

$$\frac{N_1 l}{EF} = \frac{N_2 2l}{EF}$$

ومن هنا: $N_2 = \frac{N_1}{2}$

نعوض قيم N_3 و N_2 فى المعادلة الاولى، فنحصل على:

$$N_1 = N_3 = 0.4P \quad , \; N_2 = 0.2P.$$

حيث نحصل من المعادلة الاولى على: $P' = 2.5\, N_1 = 2.5 N_3$

ومن المعادلة الثانية على: $P'' = 5N_2$.

ونجد القيمة المسموح بها لـ P وذلك بعد التعويض بقيم القوى الطولية المسموح بها: $[N_1] = [N_2] = [N_3] = F[\sigma]$

ولذلك نحصل على:

$$P' = 2.5\,[\sigma]\,F \quad , \; P'' = 5\,[\sigma]\,F$$

ومن البديهى فان P كقيمة مسموح بها، نأخذ القيمة الاقل من بين تلك القيمتين.

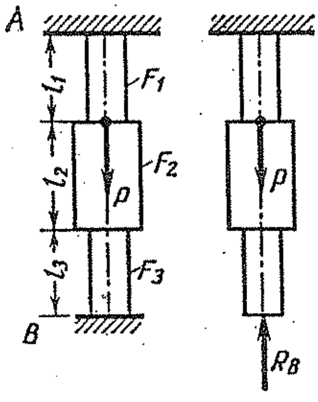
$$[P] = 2.5\,[\sigma]\,F$$

وهكذا، ففى المثال المذكور يحدد الحمل المسموح به بواسطة متانة القضبان الطرفية.

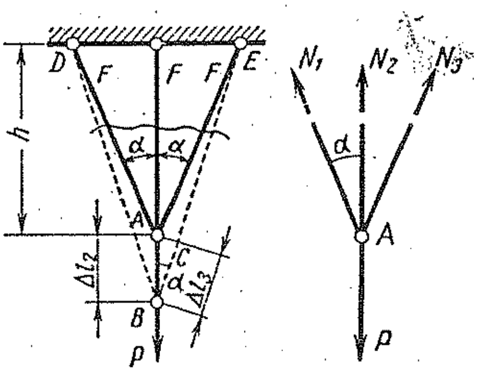
وفى كثير من الحالات، عند حساب المجموعات غير المحددة استاتيكيا، يكون من الاسهل استعمال طريقة اخرى يمكن تبيان فحواها بمثال معين. لنفرض انه يطلب تحديد القوى الداخلية، التى تظهر نتيجة لتأثير الحمل فى القضيب المرسوم فى الشكل ٢ ــ ٢٨. ويؤثر الحمل P جزئيا فى النهاية المثبتة العليا وفى النهاية المثبتة السفلى.

وهناك ردا فعل يظهران فى النهايات المثبتة (*fixed ends*) لا يمكن تحديدهما من معادلة واحدة للتوازن: وهى ان مجموع مساقط كل القوى على المحور الرأسى يساوى صفرا.

ولوضع معادلة التشوهات نتبع ما يلى: نهمل احدى نهايتى التثبيت ولتكن مثلا السفلى، ونستبدل تأثيرها على القضيب برد فعل مجهول R_B .



الشكل ٢ — ٢٨



الشكل ٢ — ٢٩

وهكذا، ففى المجموعة التى نحصل عليها (وغالبا ما تسمى بالمجموعة الاساسية)، فان ازاحة المقطع السفلى تساوى صفرا وذلك لان المقطع فى هذه المجموعة يكون مثبتا والازاحة غير ممكنة. وبتأثير القوة R_B، فان المقطع B يتزاح الى اعلى نتيجة لتقلص القضيب كله. ولكنه بتأثير القوة P يتزاح الى اسفل نتيجة استطالة القسم الاعلى من القضيب الذى يبلغ طوله l_1، وذلك لانه عند اهمال النهاية المثبتة السفلى، تؤثر القوة P فى النهاية المثبتة العليا فقط عن طريق ذلك القسم.

ولتحديد الاستطالة نستعمل قانون هوك. وبما ان مساحة مقطع القضيب تختلف باختلاف اقسامه، فان التشوه يحدد بالتجزئة:

$$-\frac{R_B l_3}{EF_3}-\frac{R_B l_2}{EF_2}-\frac{R_B l_1}{EF_1}+\frac{Pl_1}{EF_1}=0$$

ومن هنا نحصل على R_B، وبعدها يجرى تحديد القوى الطولية فى المقاطع بسهولة بواسطة طريقة القطاعات كما هو مذكور فى البنود السابقة.

مثال ٢ — ٦. يراد تحديد القوى التى تظهر فى قضبان المجموعة الموضحة فى الشكل ٢ — ٢٩. مع العلم بان معاملات المرونة ومساحة المقاطع لجميع القضبان متساوية.

الحل. لنفرض اننا قطعنا المفصل A. بغية تحديد ثلاث قوى مجهولة فى حالتنا هذه، حيث تتقاطع مجموعة القوى فى نقطة واحدة، فان الاستاتيكا تعطى معادلتين فقط للتوازن. اذن فالمسألة لا تحدد استاتيكيا مرة واحدة.

ولتحديد القوى نبحث توازن المفصل A. وبتساوى مجموع مساقط القوى المؤثرة على المحور ~~الافقي~~ الراسي للصفر نحصل على:

$$1)\ \Sigma \cancel{X} = 0\,,\ -N_1 \sin\alpha + N_3 \sin\alpha = 0$$

او $N_1 = N_3$.

ونحصل على هذه النتيجة ايضا من حالة تماثل المجموعة. وبتساوى مجموع مساقط القوى المؤثرة على المحور ~~الرأسي~~ الافقي للصفر نحصل على:

$$2)\ \Sigma \cancel{Y} = 0\,,\ N_1 \cos\alpha - P + N_2 + N_3 \cos\alpha = 0$$

وباستعمال المساواة $N_1 = N_3$، نحصل على:

$$2N_1 \cos\alpha + N_2 - P = 0$$

ولوضع المعادلة اللازمة نبحث تشوهات قضبان المجموعة.

ونتيجة لتشوهات القضبان فان النقطة A تنزاح الى نقطة B. وان القسم AB يوضح لنا الاستطالة Δl_2 للقضيب الاوسط. والقسم BC يوضح استطالة القضيب الايمن Δl_3. ونحصل على هذا القسم فيما اذا قمنا من نقطة E بمساعدة فرجال بنقل طول القضيب الايمن ووضعه على الخط BE. ونظرا لقلة التشوهات فان القوس AC يمكن استبداله بالمستقيم AC الذى هو عبارة عن متعامد ساقط من النقطة A على الاتجاه BE.

ومن المثلث ABC نحصل على

$$\Delta l_3 = \Delta l_2 \cos\alpha\,.$$

وبالتعويض عن التشوه بالقوى (حسب قانون هوك)، نحصل على

$$\frac{N_3 l_3}{EF} = \frac{N_2 l_2}{EF} \cos\alpha\,.$$

ولكن،

$$l_2 = h\,, \quad l_3 = l_1 = \frac{h}{\cos\alpha}$$

وبأخذ هذا فى الاعتبار، نحصل على:

$$N_3 = N_1 = N_2 \cos^2\alpha\,.$$

وبتعويض هذه الصيغة فى معادلة التوازن الثانية ($\Sigma Y = 0$)، نحصل على:

$$N_2 = \frac{P}{2\cos^3\alpha + 1}\,, \quad N_1 = N_3 = \frac{P\cos^2\alpha}{2\cos^3\alpha + 1}\,.$$

اذن فان اكبر قوة ستكون فى القضيب الاوسط. وان متانة هذا القضيب هى التى ستحدد الحمل المسموح به بالنسبة للمجموعة.

مثال ٢ ــ ٧. يراد تحديد رد الفعل فى النهاية المثبتة السفلى للقضيب المرسوم فى الشكل ٢ ــ ٣٠، a.

الحل. قبل تأثير الحمل يوجد بين النهاية السفلى للقضيب وبين النهاية المثبتة فراغ مقداره Δ. وهذا الفراغ يختفى نتيجة لتأثير القوة ويحدث رد فعل R_A. ولتحديد رد الفعل هذا، فاننا نهمل النهاية المثبتة السفلى، مستبدلين تأثيرها فى القضيب بقوة R_A. (الشكل ٢ ــ ٣٠، b). لنضع معادلة التشوهات. ان القسم AD يوضح تلك الاستطالة التى يمكن حدوثها تحت تأثير القوة P فى حالة عدم وجود نهاية مثبتة. ويمثل القسم KD تقلص القضيب تحت تأثير رد الفعل R_A.

ويتضح من الرسم، ان $\overline{AD} = \overline{KD} + \Delta$

ولكن

$$\overline{AD} = \frac{Pl_1}{EF_1}\,, \quad \overline{KD} = \frac{R_A l_2}{EF_2} + \frac{R_A l_1}{EF_1}$$

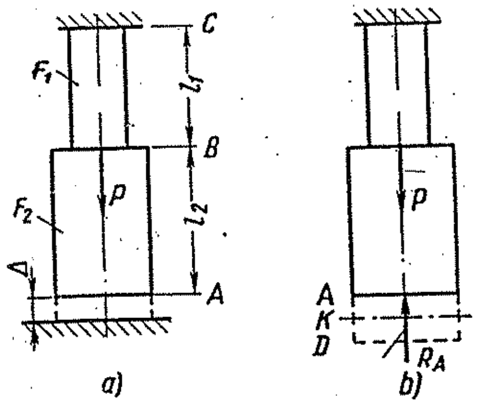
اذن

$$\frac{Pl_1}{EF_1} - \frac{R_A l_2}{EF_2} - \frac{R_A l_1}{EF_1} = \Delta$$

ومن هذه المعادلة نحدد R_A. اذا كانت R_A ذات اشارة موجبة، فهذا يعنى، اننا اعطينا اتجاها صحيحا لـ R_A، اى من اسفل الى اعلى، واذا كانت الاشارة

سالبة، فهذا يعنى بان القوة P ليست كافية لسد الفراغ، ولذا، يجب ان تؤثر قوة R_A فى النهاية السفلى للقضيب متجهة من اعلى الى اسفل.

اذن، فعند القيمة السالبة لـ R_A المسألة تتحول لتحديد القوى فى مقطع القضيب العرضى تحت تأثير قوة واحدة P (مسألة محددة استاتيكيا).



الشكل ٢ – ٣٠

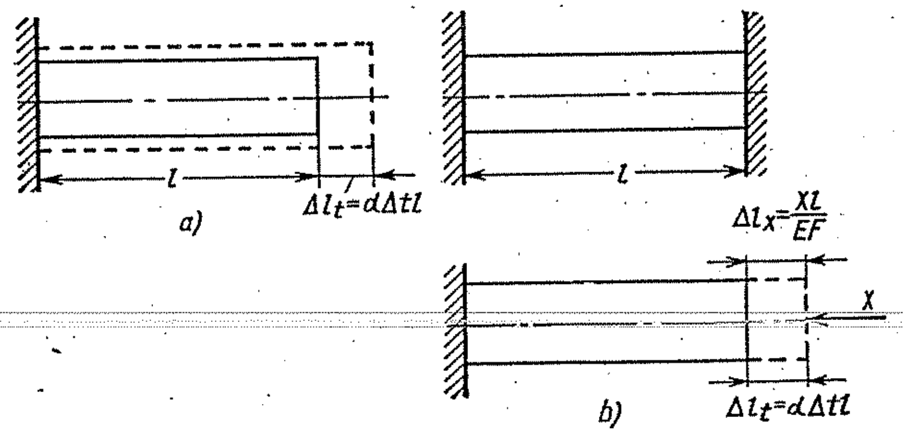
١٥ – الاجهادات الحرارية والتجميعية . الضبط الملائم للقوى فى الانشاءات

لنأخذ قضيبين، الاول (الشكل ٢ – ٣١، a) يمثل مجموعة محددة استاتيكيا، والثانى (الشكل ٢ – ٣١، b) يمثل مجموعة غير محددة استاتيكيا.

عند تسخين القضيب المثبت من نهاية واحدة بمقدار Δt، فان الابعاد الطولية والعرضية تزداد (الشكل ٢ – ٣١، a). ان زيادة الطول Δl_t حسب العلاقة الفيزيائية المعلومة تعطى:

$$\Delta l_t = \alpha \cdot \Delta t \cdot l$$

حيث α – معامل التمدد الطولى. مثلا للفولاذ $\alpha = 125 \times (10)^{-7}$.



الشكل ٢ – ٣١

وبما انه لا توجد اية عوائق امام استطالة القضيب، لذا فلا تظهر فيه اية قوى داخلية.

وعند تسخين القضيب المثبت من نهايتيه بمقدار Δt (الشكل ٢ — ٣١، b) تظهر فيه قوى داخلية ضاغطة، وذلك لان النهاية المثبتة الثانية تعرقل استطالة القضيب.

ومن هنا اتبعت قاعدة عامة: فى المجموعات المحددة استاتيكيا تظهر التشوهات لاختلاف درجات الحرارة بدون وجود قوى داخلية. اما فى المجموعات غير المحددة استاتيكيا، فان اختلاف درجات الحرارة يصاحبه ظهور قوى داخلية. ولتحديد هذه القوى، نستعمل طريقة عادية لحساب المجموعات غير المحددة استاتيكيا. نهمل فى مخيلتنا احدى النهايات المثبتة ولتكن مثلا اليمنى. عند ذلك تكون للقضيب امكانية الاستطالة بمقدار $\Delta l_t = \alpha \cdot \Delta t \cdot l$. ولكن قوة رد الفعل X تضغط القضيب بمقدار

$$\Delta l_x = \frac{Xl}{EF}.$$

ان الازاحة الحقيقية لمقطع النهاية اليمنى تساوى صفرا، ومن هنا:

$$\alpha \cdot \Delta t \cdot l = \frac{Xl}{EF}$$

واخيرا:

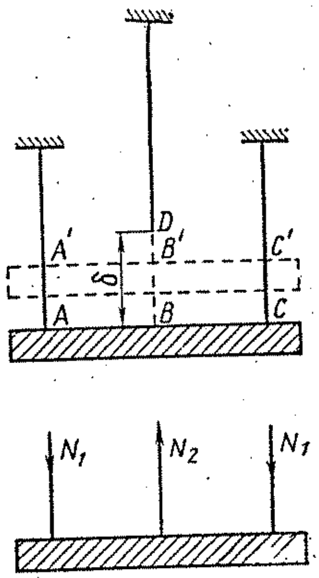
$$X = E \cdot F \Delta t \cdot \alpha ، \quad \sigma_t = \frac{X}{F} = E \cdot \Delta t \cdot \alpha \qquad (٢—٢٣)$$

ويمكن ان تكون مقادير الاجهادات الحرارية σ_t كبيرة جدا. ولتقليل ذلك فى الانشاءات، اخذ فى الاعتبار استعمال فراغات حرارية خاصة (فواصل).

وعدا الاجهاد الحاصل نتيجة الحرارة، ففى المجموعات غير المحددة استاتيكيا يمكن حدوث اجهادات عند تجميع الانشاءة، نتيجة لامكانية انحراف القضبان المنفردة للانشاءة عن الطول المحسوب بسبب عدم دقة صنعها.

لنأخذ مثلا المجموعة الممثلة فى الشكل ٢ — ٣٢. نفرض ان القضبان صنعت من مادة واحدة، وان مساحة مقاطعها العرضية واحدة. وان المسافة

بينها ايضا واحدة (متساوية). اى ان $AB = BC$ ولنفرض ان القضيب الاوسط، له طول اقل بمقدار δ مما هو مطلوب فى الرسوم الهندسية للانشاءة. فعند تجميع المجموعة يلزم شد القضيب الاوسط باية طريقة كانت بحيث يمكن ربطه مع العارضة ABC (مثلا باللحام). وبعد التجميع واللحام تظهر فى قضبان المجموعة قوى معينة وتأخذ العارضة ABC بعد التجميع الوضع $A'B'C'$.



الشكل ٢ — ٣٢

ولتحديد القوى فى القضبان نستعمل طريقة حساب المجموعات غير المحددة استاتيكيا وهى معروفة لدينا. فباستعمال طريقة القطاعات ومن شرط التوازن، نحصل على:

$$1.\ \Sigma M_B = 0$$

ومن هنا: $N_1 = N_3$.

$$2.\ \Sigma Y = 0$$

ومن هنا: $N_2 = 2N_1$.

وبواسطة شروط التشوهات المشتركة، نحصل على:

$$\overline{AA'} = \overline{BB'} = \overline{DB} - \overline{DB'}.$$

ولكن،

$$\overline{AA'} = \Delta l_1$$
$$\overline{DB'} = \delta$$
$$\overline{DB'} = \Delta l_2$$

اذن:

$$\Delta l_1 = \delta - \Delta l_2$$

او:

$$\frac{N_1 l}{EF} = \delta - \frac{N_2 2l}{EF}.$$

وبتعويضنا عن قيمة $N_2 = 2N_1$ نحصل على:

$$N_1 = \frac{\delta EF}{5l}, \quad N_2 = \frac{2}{5}\frac{\delta EF}{l}$$

ان الاشارة الموجبة قبل قيم N_1 و N_2 تظهر ان فرضيتنا حول اتجاهاتها صحيحة، اى ان القضبان الجانبية تكون مضغوطة والقضيب الوسطى مشدودا.

واذا اثرنا الان على هذه المجموعة بحمل، مثلا لقوة P فى النقطة B فان القوى فى جميع القضبان تكون شادة وتساوي (انظر المثال ٢ ـ ٥ والشكل ٢ ـ ٢٧):

$$N_1 = N_3 = \frac{2}{5}P, \quad N_2 = \frac{1}{5}P$$

وبجمع هذه القوى مع قوى التجميع، نحصل على:

$$N_1 = \frac{2}{5}P - \frac{\delta EF}{5l}$$

$$N_2 = \frac{P}{5} + \frac{2}{5}\frac{\delta EF}{l}$$

وبتغيير مقدار الفراغ δ، يصبح بامكاننا ضبط القوى والاجهادات فى المجموعات غير المحددة استاتيكيا الى الحد الملائم.

ويمكن اختيار قيمة δ بحيث تكون الاجهادات فى جميع قضبان المجموعة متساوية.

وبمساواة $\sigma_1 = \frac{N_1}{F} = \sigma_2 = \frac{N_2}{F}$، نحصل على قيمة δ،

$$\delta = \frac{Pl}{3EF}$$

وهنا تكون جميع الاجهادات فى جميع القضبان واحدة، وتساوى:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \frac{5}{15}\frac{P}{F} = \frac{1}{3}\frac{P}{F}.$$

وفى المجموعة التى تكون فيها القوى بلا ضبط (انظر الشكل ٢ ـ ٢٧)، يمكننا الحصول على:

الاجهادات فى القضبان الجانبية

$$\sigma_1 = \sigma_3 = \frac{2}{5}\frac{P}{F} = 0.4\frac{P}{F}$$

الاجهادات في القضيب الاوسط

$$\sigma_2 = \frac{P}{5F} = 0.2\,\frac{P}{F}.$$

وبمقارنة النتائج يتضح انه في الامكان تقليل الاجهاد المحسوب من ($0.4\frac{P}{F}$) الى ($0.33\,\frac{P}{F}$)، وذلك بواسطة شد القضيب الاوسط الى حد ملائم.

وفى الاعوام الاخيرة وجدت فكرة التحكم الابتدائى فى القوى مجالا واسعا للتطبيق فى الانشاءات المختلفة، وخاصة فى الخرسانة المسلحة (الخرسانة المسلحة السابقة الاجهاد).

ويشد تسليح الخرسانة قبل الصب، وبعد صب الخرسانة وتجمدها، يرفع الشد عنها ، فتكون حالة اجهاد فى حزء الخرسانة المسلحة، وهى عكس تلك الحالة التى يكونها الحمل فيها. والاهمية الكبيرة لهذه العملية هى تقليل الاجهادات الشادة فى الخرسانة، وذلك لان الخرسانة رديئة المقاومة لتأثير الاجهادات الشادة.

وفى الوقت الحاضر يتم فى الاتحاد السوفييتى وفى بلدان العالم الاخرى انتاج الخرسانة المسلحة السابقة الاجهاد المستعملة فى الانشاءات البنائية بالجملة وكذلك (بدرجة اقل) فى بناء الالات (قواعد الآلات الثقيلة وما شابه ذلك).

مثال ٢ ـ ٨. يراد تحديد الاجهادات التى تظهر فى قضبان السكك الحديدية (خطوط الترام والسكة الحديدية) صيفا عند درجة حرارة t = +٣٠ درجة، اذا كانت هذه القضبان قد وضعت شتاء وبدون فراغات عند درجة حرارة t = ـ ٣٠ درجة. مع العلم بان معامل التمدد الطولى للفولاذ α = ١٢٥ × ١٠^-٧ ومعامل المرونة E = ٢ × ١٠^٦ كجم / سم ٢.

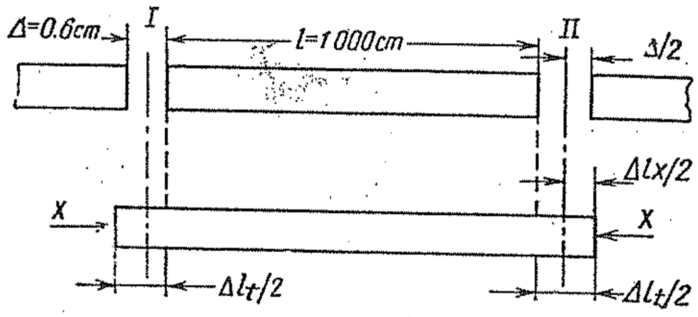
ملاحظة: عند استعمال النظام العالمى للوحدات (Si) فان درجة الحرارة تقاس بدرجة كلفن. فبدلا من t = +٣٠ تكتب t = ٢٧٣ + ٣٠ = ٣٠٣ درجة كلفن، وبدلا من t = ـ ٣٠ تكتب t = ٢٧٣ ـ ٣٠ = ٢٤٣ درجة كلفن.

الحل. حسب الصيغة (٢ — ٢٣) وعندما تكون $\Delta t = ٦٠$ درجة، نحصل:

$$\sigma_t = 125 \times 10^{-7} \times 2 \times 10^6 \times 60 = 1500 \ \text{kg/cm}^2$$

وهذا قريب من الاجهاد المسموح به للفولاذ المنخفض الكربون.

ولتقليل الاجهادات الحرارية، تترك فراغات على مسافات معينة بين قضبان السكة الحديدية قد تكون غير مرغوب فيها من وجهات النظر الاخرى.



الشكل ٢ — ٣٣

مثال ٢ — ٨ أ: يراد تحديد الاجهاد فى قضيب سكة الحديد نفسه، اذا وضعت فراغات سمكها $\Delta = 6mm$ يبعد احدها عن الآخر عشرة امتار (الشكل ٢ — ٣٣).

ان استطالة القضيب المذكور بسبب ارتفاع درجة الحرارة ستساوى $\Delta l_t = \alpha l \, \Delta t$ هذا اذا لم توجد عوائق من قبل القضبان المجاورة.

ان قوة رد الفعل X التى تظهر بعد سد الفراغ (عندما يساوى طول القضيب المقدار $l + \Delta$، اى المسافة بين الخطين I و II) تضغط القضيب بمقدار:

$$\Delta l_x = \frac{Xl}{EF} = \frac{\sigma_t l}{E}$$

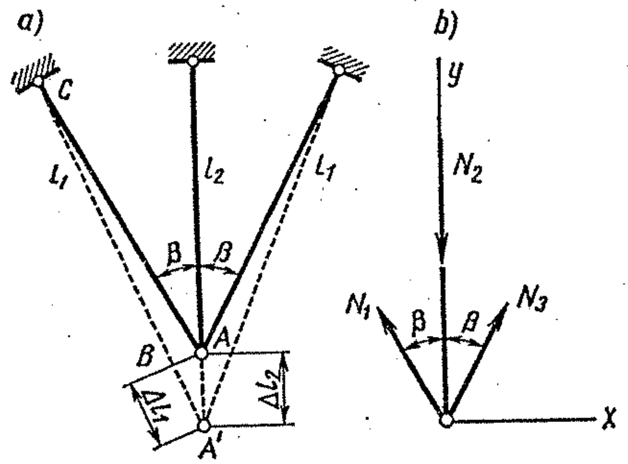
ويتضح من الرسم ان $\Delta l_t = \Delta l_x + \Delta$. ونعوض هنا عن قيمة Δl_t، Δl_x، Δ، فنحصل على $\sigma_t = 300 kg/cm^2$. اذن، ان هذا الفراغ الصغير قد قلل كثيرا من الاجهادات الحرارية. ومن السهولة بمكان، التأكد من ان الاجهادات σ_t تساوى صفرا، اذا كان سمك الفراغ يساوى ٧٫٥ مم.

مثال ٢ — ٩. يراد تحديد القوى فى القضيب بمجموعة قضبان من مادة واحدة ومساحة مقاطعها العرضية واحدة (الشكل ٢ — ٣٤، a) رفعت درجة حرارة القضيب الاوسط فيها بمقدار Δt.

الحل. نستعمل طريقة القطع ونضع معادلات التوازن للقسم المقطوع (الشكل ٢ — ٣٤، b).

$$1.\ \Sigma X = 0, \quad N_1 = N_3.$$

$$2.\ \Sigma Y = 0, \quad 2N_1 \cos\beta - N_2 = 0.$$



الشكل ٢ — ٣٤

ومن أجل وضع معادلة التشوهات، فاننا نتصور المجموعة بصورة مشوهة. النقطة A تأخذ وضع النقطة A' نتيجة للتشوه. القسم AA' يمثل استطالة القضيب الاوسط. ولاجل تحديد استطالة القضيب الايسر نسقط عمودا من النقطة A على الاتجاه $A'C$. عندئذ نحصل على النقطة B. ان القطعة $A'B$ عبارة عن التمدد الكلي للقضيب المائل. ونظرا لقلة التشوه يمكن اعتبار الزاوية الرأسية للمثلث $A'BA$ مساوية للزاوية الرأسية الاصلية. وعند ذلك نحصل من المثلث $A'BA$ على شكل

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 \cos\beta$$

هذه هى معادلة التشوهات ويجب التعبير عن التشوه فى المعادلة بواسطة القوى ، اما فى القضيب الوسطى فيجب ان نأخذ فى الاعتبار التشوه الناتج عن تأثير الحرارة:

$$\frac{N_1 l_1}{EF} = \left(\alpha l_2 \Delta t - \frac{N_2 l_2}{EF}\right) \cos\beta .$$

بحل ثلاث معادلات ذات ثلاثة مجاهيل، نحدد N_1 ، N_2 ، N_3 .

١٦ – الاجهادات فى المقاطع المائلة عند الشد (الانضغاط) فى اتجاه واحد

لاجل الحكم الصحيح على متانة المادة، تتحتم معرفة تحديد الاجهادات التى تؤثر على اى مقطع مائل للجزء المشدود (المضغوط) (الشكل ٢ — ٣٥). ان الاجهادات العمودية فى المقطع العرضى للقضيب σ_1 تعتبر معروفة لدينا ($\sigma_1 = \frac{N}{F}$) .

نحدد الاجهادات التى تظهر فى المقطع المائل AB حيث يشكل المتعامد معه زاوية قدرها α باتجاه σ_1 . ويعتبر اتجاه الزاوية α موجبا، اذا كان اتجاه الدوران مضادا لدوران عقرب الساعة.

لنرمز الى

F — مساحة المقطع العمودى على محور القضيب.

F_α — مساحة المقطع المائل.

وهنا

$$F_\alpha = \frac{F}{\cos\alpha} \qquad (٢ — ٢٤)$$

وبصورة عامة، يمكن ان تؤثر الاجهادات العمودية σ_α والاجهادات المماسية τ_α على المقطع المائل. ونحصل على مقاديرها من شروط توازن القسم المقطوع، وليكن مثلا القسم الاسفل (الشكل ٢ — ٣٥، b). نسقط القوة على اتجاه σ_α :

$$\sigma_\alpha F_\alpha - \sigma_1 F \cos\alpha = 0.$$